

## 27013 - Geometría de curvas y superficies

### Información del Plan Docente

**Año académico:** 2024/25

**Asignatura:** 27013 - Geometría de curvas y superficies

**Centro académico:** 100 - Facultad de Ciencias

**Titulación:** 453 - Graduado en Matemáticas  
647 - Graduado en Matemáticas

**Créditos:** 10.5

**Curso:** 3

**Periodo de impartición:** Anual

**Clase de asignatura:** Obligatoria

**Materia:**

### 1. Información básica de la asignatura

Esta asignatura introduce los conceptos básicos de curvas y superficies diferenciables en el plano  $\mathbb{R}^2$  y el espacio  $\mathbb{R}^3$ . Se estudiarán propiedades que dependen de su inclusión en el espacio ambiente, tales como curvatura, torsión, diedro y triedro de Frénet. También se estudiarán propiedades intrínsecas tales como longitud de curvas, área de superficies, formas fundamentales, curvatura de Gauss y característica de Euler.

### 2. Resultados de aprendizaje

- Reconocer la naturaleza de los puntos de una curva en  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^3$ .
- Cálculo del diedro y del triedro de Frenet y de la curvatura y torsión. Teoremas fundamentales.
- Usar la primera forma fundamental de una superficie para resolver sobre ella problemas de longitudes, ángulos y áreas.
- Usar la segunda forma fundamental de una superficie para reconocer la naturaleza de sus puntos. Conocer su relación con la aplicación de Gauss. Saber calcular, aplicar e interpretar las curvaturas principales, de Gauss y media.
- Comprender las propiedades geométricas intrínsecas: derivada covariante, teorema egregio de Gauss, geodésicas y Gauss-Bonnet.
- Entender la diferencia entre los problemas locales y globales.

### 3. Programa de la asignatura

1. Curvas planas regulares. Diedro de Frénet (campos vectorial y normal), parámetro arco y curvatura. Teoría de contacto. Teorema fundamental de curvas planas.
2. Curvas birregulares en  $\mathbb{R}^3$ . Triedro de Frénet (campos tangente, normal y binormal), parámetro arco, curvatura, torsión, evolutas. Teorema fundamental de curvas. Forma canónica local.
3. Superficies regulares. Teoría local: gráficas de 2-funciones, cartas y valores regulares de 3-funciones. Ejemplos. Superficies parametrizadas. Curvas en superficies, planos tangentes. Cartas, campos coordenados, cambios de cartas.
4. Funciones y aplicaciones diferenciables. Primera Forma Fundamental: longitudes, ángulos y áreas. Lateralidad.
5. Curvaturas normal y geodésica. Segunda Forma Fundamental y aplicación de Gauss. Tipos de puntos en una superficie, curvaturas principales, normal y de Gauss. Curvas asintóticas y líneas de curvatura, puntos umbilícos.
6. Geometría intrínseca. Derivadas covariantes, Teorema egregio de Gauss. Isometrías y aplicaciones conformes, cartas isotermas. Geodésicas y aplicación exponencial: distancias y convexidad. Teoremas de Gauss-Bonnet.

### 4. Actividades académicas

Clases magistrales: 75 horas.

Resolución de problemas y casos: 20 horas.

Prácticas informatizadas: 10 horas.

Estudio: 150 horas.

Pruebas de evaluación: 7.5 horas.

### 5. Sistema de evaluación

- Las pruebas escritas tienen un peso del 60% debiendo alcanzar una nota mínima de 4 sobre 10 para aprobar.
- Las prácticas informáticas tienen un peso del 20%.
- La evaluación continua tendrá un peso del 20%.
- El estudiante podrá examinarse de parte de la asignatura al final del primer cuatrimestre y necesitará obtener al

menos un 4 sobre 10 para poder promediar con la segunda parte de la asignatura.

- En las convocatorias oficiales el estudiante podrá presentarse a una parte de la asignatura o a las dos, necesitando en cualquier caso que la nota en cada una de ellas sea al menos 4 sobre 10 para poder promediar.
- La evaluación de las prácticas se realizará de la manera siguiente:
  - un 25% (5% del total) por el aprovechamiento de las prácticas en clase;
  - otro 25% (5% del total) por la evaluación de los problemas a entregar;
  - un 50% (10% del total) por la evaluación del examen de prácticas.
  - Los alumnos que hubieran aprobado las prácticas en cursos precedentes podrán elegir entre mantener las notas anteriores o cursar las prácticas.
- La evaluación continua consistirá en la presentación en clase de problemas, en la entrega de problemas de clase o en la realización de trabajos solicitados por grupos de alumnos.

Los alumnos que lo deseen podrán presentarse únicamente a una prueba específica global que evalúe la adquisición de las competencias de la asignatura.

## **6. Objetivos de Desarrollo Sostenible**

4 - Educación de Calidad

5 - Igualdad de Género

8 - Trabajo Decente y Crecimiento Económico