

27035 - Análisis de Fourier

Información del Plan Docente

Año académico: 2023/24

Asignatura: 27035 - Análisis de Fourier

Centro académico: 100 - Facultad de Ciencias

Titulación: 453 - Graduado en Matemáticas

Créditos: 6.0

Curso: 4

Periodo de impartición: Segundo semestre

Clase de asignatura: Optativa

Materia:

1. Información básica de la asignatura

Se trata de una asignatura de formación optativa dentro del grado. Su objetivo es presentar al estudiante los fundamentos del análisis de Fourier.

La expresión de una función periódica como serie de Fourier permite estudiar sus propiedades a partir de la de sus coeficientes. Analizaremos la igualdad función=serie con técnicas similares a otros desarrollos en serie aprendidos en el grado. Estudiaremos desde el punto de vista funcional la transformada de Fourier y algunas de sus aplicaciones (principio de incertidumbre). Finalmente, la discretización de los procedimientos nos permitirá el uso de ordenador para quitar ruidos o corregir dibujos, en definitiva usar filtros sobre señales.

Es necesario haber superado las asignaturas *Análisis matemático I*, *Análisis matemático II* y *Variable compleja e Integral de Lebesgue*. Es recomendable haber superado *Análisis Funcional*. La asignatura requiere manejar bien la integral de Lebesgue y los espacios L^1 y L^2 .

Los planteamientos y objetivos de la asignatura están alineados con los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) de la Agenda 2030 de Naciones Unidas; en concreto, las actividades de aprendizaje previstas en esta asignatura contribuirán en alguna medida al logro de los objetivos 4 (educación de calidad), 5 (igualdad de género), 8 (trabajo decente y crecimiento económico) y 10 (reducción de las desigualdades).

2. Resultados de aprendizaje

- Conocer que una función periódica queda representada por sus coeficientes de Fourier y comprender algunos resultados de convergencia de la serie de Fourier.
- Hallar coeficientes de Fourier mediante la transformada de Fourier discreta y usar el algoritmo de la transformada rápida de Fourier.
- Adaptar la teoría a funciones no periódicas con la transformada de Fourier y comprender resultados de reconstrucción de una función a partir de su transformada.

3. Programa de la asignatura

1. **Introducción histórica, física y matemática.** La cuerda vibrante y la ecuación de ondas: D'Alembert, Euler y Bernoulli. La transmisión del calor y su ecuación: Fourier. El concepto de función: la teoría de la medida y el Análisis Funcional. Las ondas electromagnéticas.
2. **Matemáticas preliminares.** Espacios de Banach de funciones continuas, derivables e integrables. Convergencia de sucesiones y series de funciones. Funciones periódicas, el toro y un poco de variable compleja.
3. **Serie de Fourier.** Series formales de Fourier de senos, cosenos y exponenciales. Planteamiento del problema de la convergencia de la serie de Fourier: convolución, núcleos, la circunferencia unidad y la relación con la variable compleja y espacios intervinientes. Resultados de convergencia puntual, uniforme y en media: sumabilidades de la serie de Fourier. Lema de Riemann-Lebesgue. Teorema de Dirichlet y fenómeno de Gibbs. Principio de localización de Riemann. Explotando la ortogonalidad: espacios de Hilbert y teorema de Plancherel.
4. **Transformada de Fourier discreta.** Sucesiones periódicas. La transformada discreta y su inversa. Muestreo e interpolación. Cálculo aproximado de coeficientes de Fourier. El algoritmo FFT y su uso en programas informáticos (Python).
5. **Transformada de Fourier.** El análogo continuo de las series de Fourier. Frecuencias continuas. Funciones de la clase

de Schwartz. Núcleos de Poisson y Gauss-Weierstrass. Fórmula de inversión. Transformada de Fourier y teoría L^2 . Funciones de banda limitada. Principio de incertidumbre.

4. Actividades académicas

Clases magistrales: 30 horas.

Resolución de problemas y casos: 20 horas.

Prácticas informatizadas: 10 horas.

Estudio: 83 horas.

Pruebas de evaluación: 7 horas.

5. Sistema de evaluación

Como regla general, la asignatura se puede aprobar o bien demostrando un trabajo continuado durante el curso, o bien mediante un examen final.

- Trabajo continuado. Durante el curso se evaluará el rendimiento del estudiante mediante la propuesta y posterior evaluación de ejercicios o trabajos breves con contenido: teoría, problemas, problemas teóricos, programación en Python. Se recomendará el uso de LaTeX en las presentaciones escritas. Así mismo, la evaluación podrá incluir presentaciones orales. Estas evaluaciones supondrán el 100% de la nota de la asignatura.
- Examen final. Lo anterior debe entenderse sin menoscabo del derecho que, según la normativa vigente, asiste al estudiante para presentarse y, en su caso, superar la asignatura mediante la realización de una prueba global.