

27032 - Teoría de la probabilidad

Información del Plan Docente

Año académico: 2023/24

Asignatura: 27032 - Teoría de la probabilidad

Centro académico: 100 - Facultad de Ciencias

Titulación: 453 - Graduado en Matemáticas

Créditos: 6.0

Curso: 4

Periodo de impartición: Segundo semestre

Clase de asignatura: Optativa

Materia:

1. Información básica de la asignatura

En contraposición al cálculo de probabilidades visto en cursos anteriores, se introduce en este un enfoque de la teoría de la probabilidad basado en la teoría de la medida. Se estudian rigurosamente los diferentes conceptos, prestando especial atención a la convergencia en ley y al teorema central del límite. El carácter teórico de la asignatura se compensa con la realización de pequeños trabajos específicos a lo largo del curso.

Los planteamientos y objetivos de la asignatura están alineados con los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) de la Agenda 2030 de Naciones Unidas; en concreto, las actividades de aprendizaje previstas en esta asignatura contribuirán en alguna medida al logro de los objetivos 4 (educación de calidad), 5 (igualdad de género), 8 (trabajo decente y crecimiento económico) y 10 (reducción de las desigualdades).

2. Resultados de aprendizaje

- Comprender y manejar las nociones y resultados fundamentales de la teoría de la probabilidad (espacios de probabilidad, variables aleatorias, esperanzas, modos de convergencia de variables aleatorias...) de una forma rigurosa, basada en la teoría de la medida.
- Comprender y manejar las nociones y resultados relativos al cálculo condicional: probabilidades y esperanzas condicionales y sus aplicaciones, particularmente a mezclas de variables aleatorias.
- Conocer, manejar y utilizar las nociones de independencia de variables aleatorias, así como sus distintos modos de convergencia, en particular, las leyes fuertes y débiles de grandes números.
- Comprender y manejar las funciones características, como herramienta fundamental en diferentes áreas de la teoría de la probabilidad.
- Comprender el significado de los distintos teoremas centrales del límite, su fundamentación y demostración a través de las funciones características, y sus diversas aplicaciones a la estadística y otras ciencias.

3. Programa de la asignatura

Tema 1. Probabilidad, variables aleatorias y esperanzas. Sucesos y tribus: teorema de Dynkin. Espacios de probabilidad: teorema de construcción de Caratheodory. Variables aleatorias: función de distribución y probabilidad imagen. Esperanzas: definición y teoremas límite. Momentos y desigualdades. Variables discretas y absolutamente continuas: teorema de Radon-Nikodym. Variables aleatorias independientes.

Tema 2. Probabilidades y esperanzas condicionales. Núcleos estocásticos y ejemplos: caso discreto y absolutamente continuo. Construcción de probabilidades en el producto. Problema inverso: teorema de desintegración. Independencia y teorema de Fubini: aplicaciones. Mezclas de variables aleatorias y ejemplos.

Tema 3. Modos de convergencia. Convergencia en ley. Convergencia de variables aleatorias: casi segura, en probabilidad, en media de orden p y en ley. Teorema de Skorohod y consecuencias: métodos de "coupling". Teorema de Helly-Bray. Teorema de Slutsky. Aplicaciones: métodos probabilísticos en teoría de aproximación.

Tema 4. Funciones características. Definición y ejemplos. Derivación de funciones características y momentos. Teorema de unicidad. Teorema de inversión: casos discreto y absolutamente continuo. Distancias de Kolmogorov y en variación total: lema de Scheffé. Teorema de continuidad de Lévy.

Tema 5. Teoremas centrales del límite y aproximación de Poisson. Teorema central del límite clásico y ejemplos. Convergencia de momentos. Aproximación de Poisson: enfoque clásico y métodos de "coupling". Teorema de Lévy-Lindeberg para arreglos triangulares. Condiciones necesarias: teorema de Feller. Velocidades de convergencia: cotas de Berry-Esseen y desarrollos de Edgeworth.

4. Actividades académicas

Clases magistrales: 30 horas.

Resolución de problemas y casos: 30 horas.

Trabajos docentes: 24 horas.

Estudio: 60 horas.

Pruebas de evaluación: 6 horas.

5. Sistema de evaluación

Se realizará un examen intermedio eliminatorio de materia entre las semanas 8 y 9 del curso. Dicho examen incluirá la materia de los temas 1 y 2. Este examen intermedio contará un 40% de la nota final. Habrá también un examen final en la fecha indicada por el centro, que incluirá el resto de la materia desarrollada, si se hubiese superado el examen previo, o toda la materia si no fuera así. El alumno podrá optar por realizar el examen con toda la materia, aun habiendo superado el examen intermedio, si desea mejorar su calificación.

No obstante, los alumnos podrán sustituir el tipo de evaluación anteriormente descrito por la realización de 4 (opcionalmente 5) trabajos a lo largo del curso, bien de forma individual o en grupo de dos. La nota final será la nota media de dichos trabajos.

Tales trabajos pueden incluir conexiones de la teoría de la probabilidad con otras disciplinas, como el análisis matemático, combinatoria o teoría de números, entre otras.