Universidad Zaragoza

Curso Académico: 2021/22

27408 - Matemáticas II

Información del Plan Docente

Año académico: 2021/22
Asignatura: 27408 - Matemáticas II
Centro académico: 109 - Facultad de Economía y Empresa
Titulación: 417 - Graduado en Economía
Créditos: 6.0
Curso: 1
Periodo de impartición: Segundo semestre
Clase de asignatura: Formación básica
Materia:

1. Información Básica

1.1. Objetivos de la asignatura

Los objetivos de carácter general de la enseñanza de las matemáticas en este grado pueden englobarse en dos:

1. Formación matemática del estudiante.
2. Capacitación del estudiante para la utilización de las matemáticas en los problemas que se le planteen en su futura profesión.

La asignatura supone un paso más en dichos objetivos ya abordados, por otra parte, en las Matemáticas I. La importancia de la formación matemática no radica sólo en los nuevos conceptos que proporciona sino en la adquisición de un enfoque riguroso, preciso, así como la capacidad de abstracción y el método científico que caracterizan a la Matemática. En cuanto al segundo objetivo, se introduce al estudiante en técnicas de modelización desde el punto de vista del análisis matemático a través de dos vías diferentes: optimización clásica por un lado y análisis dinámico por otro.

Estos planteamientos y objetivos están alineados con los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) de la agenda 2030 y determinadas metas concretas (https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/), contribuyendo en cierta medida a su logro:

Objetivos 1-17 (en todos pueden aplicarse modelizaciones matemáticas).

1.2. Contexto y sentido de la asignatura en la titulación

Matemáticas II es una asignatura de formación básica de 6 créditos ECTS que se imparte en el segundo cuatrimestre del primer curso y que es la continuación de Matemáticas I impartida en el primer cuatrimestre del mismo curso, en cuyos conceptos se fundamenta.

La asignatura Matemáticas II está dividida en dos bloques claramente diferenciados: Programación Matemática y Análisis Dinámico, que dan respuesta a dos puntos de vista de la realidad económica diferentes. Tras el primero el estudiante sabrá plantear y resolver un amplio abanico de problemas de optimización clásica: lineales o no lineales, sin restricciones o con restricciones de igualdad. En el caso de programas de optimización en los que tanto la función objetivo como las restricciones son lineales se utiliza como técnica de resolución el método del simplex. Puede utilizarse este tema para conectar la enseñanza tradicional de resolución con el uso de programas informáticos, que simplifican el proceso de cálculo y sitúan al estudiante en la práctica profesional.

En el segundo bloque, análisis dinámico, se trata de resolver ecuaciones diferenciales y analizar su solución. Su inclusión en el programa es necesaria porque en el análisis económico es habitual que los procesos económicos sean no estáticos, como por ejemplo: crecimiento económico óptimo, gestión óptima de recursos renovables y no renovables, inversión óptima a largo plazo, etc.

Dado que las asignaturas de matemáticas deben de ser un instrumento y apoyo de otras que son el núcleo distintivo de su formación, tales como Microeconomía, Macroeconomía, Econometría, etc., se continua en la línea de trabajo ya abordada en Matemáticas I de acercar las matemáticas a los problemas de naturaleza económica, lo que sin duda ayudará a una mejor comprensión de las matemáticas y, en consecuencia, a una mayor capacidad para su aplicación.

Al finalizar estas asignaturas los estudiantes habrán trabajado para conseguir uno de los fines más importantes de la teoría matemática: construir modelos que describan el mundo real. En particular, la Matemática puede ayudar a diseñar modelos económicos que expliquen mejor la realidad económica. El futuro graduado será capaz de utilizar el lenguaje en el que se expresa la ciencia, reconociendo el papel que las matemáticas juegan en el desarrollo de su pensamiento, al mejorar su razonamiento lógico, precisión, rigor, abstracción y capacidad para valorar resultados. Por ello, las asignaturas de carácter matemático son herramientas imprescindibles que permiten investigar, describir, comprender y reflexionar sobre la realidad económica

1.3. Recomendaciones para cursar la asignatura

Es aconsejable que los estudiantes que vayan a cursar esta asignatura hayan adquirido todos los conocimientos necesarios para superar la asignatura Matemáticas I del primer cuatrimestre del primer curso. En cualquier caso, los estudiantes deben conocer el significado e implicaciones de la diferenciabilidad de una función y tener destreza en el cálculo de derivadas parciales de una función así como en la determinación del signo de una forma cuadrática. Además deben de poder realizar y seguir una secuencia lógica así como relacionar entre si distintos aspectos de las matemáticas ya conocidos.

2. Competencias y resultados de aprendizaje

2.1. Competencias

Con esta asignatura se pretende que el estudiante:

1. Desarrolle las siguientes competencias específicas:

E5-Identificar situaciones de optimización de recursos y costes

E16-Derivar de los datos información económica relevante

E17-Utilizar el razonamiento deductivo en conjunción con modelos para explicar los fenómenos económicos

E18-Representar formalmente los procesos de decisión económica

2. Desarrolle las siguientes competencias genéricas:

G1-Capacidad de análisis y síntesis

G6-Dominio de las herramientas informáticas y el lenguaje matemático

Más concretamente, cuando el estudiante supere la asignatura estará capacitado para:

1. Leer manuales de ésta y otras materias, ya que habrá tenido oportunidad de familiarizarse con la terminología básica de la asignatura, es decir, habrá adquirido el lenguaje apropiado para las matemáticas empresariales y el resto de disciplinas de corte analítico. Conocerá los conceptos, operaciones, teoremas y proposiciones básicas, y habrá desarrollado destreza en su uso. Tendrá hábitos de razonamiento deductivo. Habrá comenzado a desarrollar las capacidades de abstracción, generalización, análisis y síntesis.

2. Enfrentarse por sí solo a nuevas situaciones que le surgirán en su actividad profesional, ya que al haber trabajado en la asignatura en “la resolución de problemas concretos”, habrá adquirido confianza en la aplicación de sus conocimientos matemáticos. Será capaz de buscar modelos matemáticos apropiados a los problemas derivados de la economía. Una vez planteado un cierto problema económico, el estudiante será capaz de formularlo en términos matemáticos, si su resolución así lo requiere, y resolverlo con los conocimientos matemáticos adquiridos. Finalmente, interpretará y analizará las soluciones obtenidas en términos del área de donde partiera el planteamiento.

3. Asimilar nuevas herramientas o ideas matemáticas que no hayan sido explicadas en los estudios de grado de manera explícita.

4. Aplicar, cuando lo necesite, procedimientos de cálculo en los que se utilice el ordenador para resolver problemas que requieran una gran complejidad de cálculo.

5. Trabajar en equipo, ya que habrá aprendido a cooperar con sus compañeros, compartir sus experiencias y llegar a conclusiones conjuntas.

6. Presentar y exponer trabajos, ya que habrá mejorado sus habilidades de comunicación. En la actualidad estas capacidades tienen cada vez más importancia en la vida profesional. Las habilidades de comunicación se extienden a la expresión escrita y a la expresión oral. No sólo es importante el contenido sino también la forma de presentación, con lo cual la formación también debería abarcar el aprendizaje de técnicas de presentación y exposición en público.

7. Seguir formándose mediante el autoaprendizaje (consultando libros, revistas especializadas, web,…) algo que será fundamental en el desarrollo de su vida laboral.

2.2. Resultados de aprendizaje

El estudiante, para superar esta asignatura, deberá demostrar los siguientes resultados:

1. Ha adquirido destreza en el uso del lenguaje matemático, tanto en su comprensión como en su escritura.

2. Identifica los elementos fundamentales de un problema de optimización: variables, función objetivo y restricciones.

3. Plantea problemas de optimización estática sin restricciones y con restricciones de igualdad y de desigualdad.

4. Resuelve gráficamente, en los casos en que sea posible, un problema de optimización.

5. Valora si un programa matemático cumple las condiciones para ser resuelto mediante las técnicas estudiadas.

6. Distingue entre puntos críticos y extremos u óptimos.

7. Distingue entre óptimos locales y óptimos globales.

8. Distingue entre condiciones necesarias y condiciones suficientes de optimalidad local.

9. Calcula los puntos críticos resolviendo el sistema de ecuaciones obtenido al plantear las condiciones de primer orden de optimalidad local, tanto en el caso sin restricciones como en el caso de restricciones de igualdad.

10. Estudia los puntos críticos obtenidos utilizando las condiciones de segundo orden, tanto en el caso de problemas de optimización sin restricciones como en el caso de problemas con restricciones de igualdad.

11. Aplica las condiciones que aseguran la globalidad de los óptimos.

12. Interpreta el significado económico de los multiplicadores de Lagrange obtenidos en un problema de optimización con restricciones de igualdad.

13. Evalúa si un programa matemático es lineal y lo resuelve gráficamente, si es posible, y por medio del algoritmo del simplex.

14. Analiza la variación en la solución de un problema de optimización lineal ante una modificación en algún dato del problema sin necesidad de resolver un nuevo problema.

15. Identifica un proceso dinámico en un fenómeno económico y lo representa si es posible mediante una ecuación diferencial ordinaria.

16. Comprende el concepto de solución de una ecuación diferencial ordinaria y distingue entre solución general y solución particular.

17. Distingue entre ecuación diferencial de primer orden y ecuación diferencial lineal de orden n.

18. Resuelve algunas ecuaciones diferenciales de primer orden utilizando el método adecuado.

19. Distingue en una ecuación diferencial lineal de coeficientes constantes, la ecuación homogénea asociada y calcula su solución general.

20. Calcula una solución particular de una ecuación diferencial lineal de coeficientes constantes.

21. Calcula la solución general de una ecuación diferencial lineal de coeficientes constantes.

22. Calcula la solución de una ecuación diferencial lineal de coeficientes constantes de orden n con n condiciones iniciales.

23. Utiliza el análisis cualitativo en modelos dinámicos sencillos en un contexto económico: es capaz de identificar la situación de equilibrio y si esta es alcanzable a largo plazo.

24. Identifica los elementos fundamentales en un problema de carácter económico, formaliza si es posible dicho fenómeno en un problema matemático, resuelve dicho problema matemático con el método o herramienta más adecuada e interpreta el resultado en el contexto económico original.

25. Es capaz de relacionar los distintos temas tratados en la asignatura.

2.3. Importancia de los resultados de aprendizaje

Posibilitan la comprensión de conceptos y modelos teóricos que se estudian en otras disciplinas afines con las que el estudiante se va a encontrar a lo largo del grado. El papel de las matemáticas con esta finalidad es muy importante ya que facilita el análisis y la discusión de los modelos y conceptos analizados. En este sentido podemos añadir que las técnicas de optimización permiten fundamentar los dos paradigmas básicos de la microeconomía; a saber, la teoría del consumo y la teoría de la producción. Los conceptos de convexidad para conjuntos y de concavidad/convexidad para funciones, que se interpretan en términos de la diversidad en el consumo y de la ley de productividad marginal decreciente, respectivamente, tienen importantes aplicaciones. Las herramientas que proporciona la Programación Lineal son muy útiles en problemas de planificación de la producción y permiten realizar sencillos ejercicios de estática comparativa. Por otra parte, el análisis de procesos

dinámicos en tiempo continuo, básicos, por ejemplo, en modelos de crecimiento económico, requiere de otras técnicas bien distintas. En este sentido, la teoría de ecuaciones diferenciales proporciona el instrumental necesario para el estudio de conceptos clave como el de trayectoria temporal, evolución del sistema, estabilidad,....etc.

3. Evaluación

3.1. Tipo de pruebas y su valor sobre la nota final y criterios de evaluación para cada prueba

La evaluación será **global**, tanto en **primera como en segunda convocatoria**, y consistirá en un examen final a realizar en el periodo establecido por el Centro. Dicho examen se realizará de forma escrita y evaluará los resultados de aprendizaje propuestos mediante preguntas teóricas, prácticas y/o teórico-prácticas que se ajustarán a la materia impartida. Se puntuará sobre 10 puntos.

Además, en la **primera convocatoria**, cabe la posibilidad de realizar una prueba voluntaria intermedia valorada en 5 puntos. Esta prueba evaluará los conocimientos sobre la materia correspondiente a los temas 1, 2 y 3 del programa y se llevará a cabo en la fecha y lugar que el profesor, con suficiente antelación, indique en el aula y/o plataformas docentes del profesorado. Los estudiantes que obtengan en dicha prueba una calificación superior o igual al 50% de la nota (2,5 puntos sobre 5) podrán optar por eliminar dicha materia del examen global de la primera convocatoria y examinarse únicamente de los restantes contenidos (valorados en 5 puntos); en cuyo caso la nota correspondiente a la materia eliminada será traspasada a la nota del examen global. Para superar la asignatura el estudiante debe obtener un mínimo de 5 puntos sobre 10.

Para poder optar a esta forma de evaluación es obligatorio participar activamente y resolver las cuestiones, ejercicios y pruebas que se realizarán en las clases presenciales, según las indicaciones que el profesor responsable de cada grupo de la asignatura expondrá el día de la presentación de la misma.

Debe tenerse en cuenta que los cursos académicos cierran los procesos de evaluación, lo que hace que no puedan reclamarse méritos de un año para evaluaciones de años académicos posteriores.

La evaluación de los estudiantes de 5ª y 6ª convocatoria se realizará según el acuerdo del 22 de diciembre de 2010 del Consejo de Gobierno en el que se aprueba el reglamento de normas de evaluación del aprendizaje de la Universidad de Zaragoza.

Está previsto que estas pruebas se realicen de manera presencial pero si las circunstancias sanitarias lo requieren, se realizarán de manera semipresencial u online. En el caso de evaluación online, es importante destacar que, en cualquier prueba, el estudiante podrá ser grabado, pudiendo este ejercer sus derechos por el procedimiento indicado en:

https://protecciondatos.unizar.es/sites/protecciondatos.unizar.es/files/users/lopd/gdocencia_reducida.pdf

Se utilizará el software necesario para comprobar la originalidad de las actividades realizadas. La detección de plagio, copia o cualquier otra práctica irregular en una actividad implicará la calificación de 0 puntos en la misma.

Criterios de evaluación

Se evaluará si el estudiante ha adquirido los resultados de aprendizaje expuestos anteriormente.

En particular, se valorarán los siguientes aspectos:

1. El uso correcto de la escritura del lenguaje matemático.
2. El razonamiento lógico en el planteamiento y en la resolución de los problemas.
3. La referencia al contenido teórico que se utiliza, si es destacable.
4. La elección del método adecuado para la resolución del problema
5. La claridad en la aplicación de los conceptos y procedimientos matemáticos.
6. Cálculos llevados a cabo con cuidado.

La expresión correcta en los resultados obtenidos al resolver problemas.

4. Metodología, actividades de aprendizaje, programa y recursos

4.1. Presentación metodológica general

Con esta asignatura se persigue que el estudiante desarrolle la capacidad analítica, el rigor y la intuición en el uso de los conceptos y resultados matemáticos y los sepa aplicar al análisis de problemas de índole económico. Es por esto que la formación del estudiante debe ir orientada en la dirección de dotarle de unos sólidos conocimientos matemáticos e inculcarle una sistemática en el razonamiento que posteriormente le permita encarar con éxito la solución de un amplio abanico de problemas en el contexto económico.

4.2. Actividades de aprendizaje

El programa que se ofrece al estudiante para ayudarle a lograr los resultados previstos comprende las siguientes actividades:

1. **Clases teóricas**, en las que se combinará la clase magistral para exponer los conceptos y resultados de los contenidos de la asignatura con la resolución participativa de ejercicios, en los que se aplicará de forma inmediata los aspectos teóricos explicados para ayudar a los estudiantes a asimilarlos. Estas clases serán presenciales y se impartirán a todo el grupo.

Cuantificación temporal: 1,2 créditos ECTS (30 horas).

2. **Clases prácticas**, en las que los estudiantes irán resolviendo, con la ayuda del profesor, ejercicios más completos y problemas de carácter económico en los que se apliquen los resultados matemáticos vistos.

Estos ejercicios estarán en las hojas de problemas de la asignatura que se podrán encontrar en la página web <https://dae.unizar.es/grados/eco-economia> y en su caso en la plataforma que indique el profesor. Se anunciará con antelación cuáles se van a resolver en cada clase práctica para que el estudiante los pueda preparar. Estas clases serán presenciales y se impartirán a la mitad del grupo.

Cuantificación temporal: 1,2 créditos ECTS (30 horas).

3. **Seminarios** (prácticas tipo P6), en los que se podrán realizar diversas actividades: seguimiento del desarrollo de un trabajo que se habrá propuesto a un grupo de estudiantes y defensa del mismo; tutorías colectivas de determinados temas; desarrollo de problemas de carácter económico en cuya resolución se utilicen herramientas matemáticas explicadas en la asignatura… Estos seminarios podrían dedicarse además a la ampliación de conocimientos mostrando a los estudiantes que estén interesados otras herramientas matemáticas que permitan resolver problemas más generales. Se pone así de manifiesto que tanto la Ciencia Matemática como la Ciencia Económica son ciencias vivas y por tanto con muchos aspectos para estudiar.

Cuantificación temporal: Pendiente de acuerdo de Consejo de Departamento.

4. Actividades no presenciales, 3,6 créditos ECTS

La metodología docente está previsto que sea presencial. No obstante, si fuese necesario por razones sanitarias, las clases presenciales podrán impartirse online.

4.3. Programa

En las clases teóricas y prácticas se desarrollarán los contenidos detallados en el programa que se detalla a continuación. El orden en la impartición de los contenidos podrá experimentar alguna variación que será indicada por el profesor en la presentación de la asignatura.

Contenidos de la asignatura

Tema 1: Programas matemáticos

1.1. Formulación general de un programa matemático. Clasificación.

1.2. Definiciones y propiedades. Teorema de Weierstrass.

1.3. Resolución gráfica.

1.4. Introducción a la convexidad:

1.4.1. Conjuntos convexos. Definición y propiedades.

1.4.2. Funciones convexas y cóncavas. Definiciones y propiedades.

1.4.3. Programas convexos.

Tema 2: Programación sin restricciones

2.1. Formulación del problema.

2.2. Óptimos locales:

2.2.1. Condiciones de primer orden para la existencia de óptimo local.

2.2.2. Condiciones de segundo orden para la existencia de óptimo local.

2.3. Óptimos globales: Programas convexos.

Tema 3: Programación con restricciones de igualdad

3.1. Formulación del problema.

3.2. Óptimos locales:

3.2.1. Condiciones de primer orden para la existencia de óptimo local.

3.2.2. Condiciones de segundo orden para la existencia de óptimo local.

3.3. Óptimos globales: Programas convexos y Teorema de Weierstrass.

3.4. Interpretación económica de los multiplicadores de Lagrange.

Tema 4: Programación lineal

4.1. Formulación de un problema de programación lineal.

4.2. Soluciones de un programa lineal. Soluciones factibles básicas.

4.3. Caracterización de las soluciones básicas óptimas. Algoritmo del simplex.

4.4. Introducción al análisis de sensibilidad.

4.5. Introducción al programa dual.

Tema 5: Introducción a las ecuaciones diferenciales ordinarias

5.1. Introducción al análisis dinámico.

5.2. Concepto de ecuación diferencial, solución y tipos de soluciones.

5.3. Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden:

5.3.1. Ecuaciones en variables separadas.

5.3.2. Ecuaciones lineales de primer orden.

5.4. Ecuaciones diferenciales lineales de orden n con coeficientes constantes.

5.5. Análisis cualitativo: puntos de equilibrio y estabilidad

4.4. Planificación de las actividades de aprendizaje y calendario de fechas clave

El día de la presentación de la asignatura se expondrá, en cada grupo, el calendario detallado de la asignatura según las características del curso académico.

- Presentación de la asignatura en la primera sesión de clase.

  Asistencia y aprovechamiento continuado a las clases teóricas y prácticas.

  Asistencia a las prácticas P6 (según calendario del grupo).

  Realización, según calendario indicado el día de la presentación de la asignatura, de pruebas intermedias de evaluación.

  Examen final según calendario de los Centros.

  Las actividades y fechas clave de la asignatura se anunciarán en el aula y/o plataformas docentes del profesorado