Universidad Zaragoza

Curso Académico: 2021/22

27035 - Análisis de Fourier

Información del Plan Docente

Año académico: 2021/22
Asignatura: 27035 - Análisis de Fourier
Centro académico: 100 - Facultad de Ciencias
Titulación: 453 - Graduado en Matemáticas
Créditos: 6.0
Curso: 4
Periodo de impartición: Segundo semestre
Clase de asignatura: Optativa
Materia:

1. Información Básica

1.1. Objetivos de la asignatura

Se trata de una asignatura de formación optativa dentro del grado. Su objetivo es presentar al estudiante los fundamentos del análisis de Fourier.

1.2. Contexto y sentido de la asignatura en la titulación

La asignatura pertenece al módulo *Ampliación de análisis matemático*. Para cursarla se recomienda haber superado antes las asignaturas del módulo de *Iniciación al análisis matemático* (*Análisis matemático I y II* y *Variable compleja*) y la asignatura *Integral de Lebesgue* de este mismo módulo. La asignatura de *Análisis funcional* es un buen complemento.

1.3. Recomendaciones para cursar la asignatura

Se recomienda la asistencia a las clases teóricas y prácticas, el trabajo personal de los problemas propuestos y el uso de las horas de tutorías.

Es conveniente haber superado el módulo de *Iniciación al Análisis matemático* (las asignaturas *Análisis matemático I*, *Análisis matemático II* y *Variable compleja*). La asignatura requiere manejar bien la integral de Lebesgue y los espacios L^1 y L^2.

2. Competencias y resultados de aprendizaje

2.1. Competencias

Al superar la asignatura, el estudiante será más competente para:

Desenvolverse en el manejo de los objetivos descritos en el apartado de resultados de aprendizaje.

CG2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las competencias que se demuestran mediante la resolución de problemas en el área de las matemáticas y de sus aplicaciones.

CG5. Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores en matemáticas con un alto grado de autonomía.

CT1. Saber expresar con claridad, tanto por escrito como de forma oral, razonamientos, problemas, informes, etc.

CE1. Comprender y utilizar el lenguaje y método matemáticos. Conocer demostraciones rigurosas de los teoremas básicos de las distintas ramas de la matemática.

2.2. Resultados de aprendizaje

Al final del curso los alumnos deberían ser capaces de:

- Conocer que una función periódica queda representada por sus coeficientes de Fourier y comprender algunos resultados de convergencia de la serie de Fourier.

- Saber cómo hallar coeficientes de Fourier mediante la transformada de Fourier discreta y saber usar el algoritmo de la transformada rápida de Fourier.
- Saber adaptar la teoría a funciones no periódicas con la transformada de Fourier y comprender resultados de reconstrucción de una función a partir de su transformada.

2.3. Importancia de los resultados de aprendizaje

Proporcionan una formación de carácter optativo dentro del grado (ver el apartado *Contexto y sentido de la asignatura en la titulación*).

Los conceptos y técnicas que se enseñan en la asignatura han marcado el desarrollo del análisis matemático (y otras ramas de las matemáticas) desde sus inicios hasta el presente.

3. Evaluación

3.1. Tipo de pruebas y su valor sobre la nota final y criterios de evaluación para cada prueba

Como regla general, la asignatura se puede aprobar o bien demostrando un trabajo continuado durante el curso, o bien mediante un examen final.

- *Trabajo continuado.* Durante el curso se evaluará el rendimiento del estudiante mediante la propuesta y posterior evaluación de ejercicios o trabajos breves con contenido: teoría, problemas, problemas teóricos, programación en Python. Se recomendará el uso de LaTeX en las presentaciones escritas. Así mismo, la evaluación podrá incluir presentaciones orales. Estas evaluaciones supondrán el 100% de la nota de la asignatura.
- *Examen final.* Lo anterior debe entenderse sin menoscabo del derecho que, según la normativa vigente, asiste al estudiante para presentarse y, en su caso, superar la asignatura mediante la realización de una prueba global.

4. Metodología, actividades de aprendizaje, programa y recursos

4.1. Presentación metodológica general

El proceso de aprendizaje que se ha diseñado para esta asignatura se basa en lo siguiente:

- Exposición de los contenidos teóricos de la asignatura en clases magistrales.
- Aplicación práctica de los resultados teóricos mediante herramientas de cálculo, en aulas de informática.
- Resolución individual de problemas o pequeños trabajos.

4.2. Actividades de aprendizaje

- Clases de pizarra para exponer los resultados teóricos.
- Clases prácticas de ordenador con el uso de herramientas de cálculo para mostrar aplicaciones de los conceptos que se han visto en las clases de pizarra.
- Propuestas de problemas o pequeños trabajos para resolver individualmente.
- Tutorías individuales.
- Uso de los recursos informáticos de la Universidad (laboratorios de informática y *Anillo digital docente*).

Las actividades docentes y de evaluación se llevarán a cabo de modo presencial salvo que, debido a la situación sanitaria, las disposiciones emitidas por las autoridades competentes y por la Universidad de Zaragoza dispongan realizarlas de forma telemática o semitelemática con aforos reducidos rotatorios.

4.3. Programa

- **Introducción histórica, física y matemática.** La cuerda vibrante y la ecuación de ondas: D'Alembert, Euler y Bernoulli. La transmisión del calor y su ecuación: Fourier. El concepto de función: la teoría de la medida y el Análisis Funcional. Las ondas electromagnéticas.
- **Matemáticas preliminares.** Espacios de Banach de funciones continuas, derivables e integrables. Convergencia de sucesiones y series de funciones. Funciones periódicas, el toro y un poco de variable compleja.
- **Series de Fourier.** Series formales de Fourier de senos, cosenos y exponenciales. Planteamiento del problema de la convergencia de la serie de Fourier: convolución, núcleos, la circunferencia unidad y la relación con la variable compleja y espacios intervinientes. Resultados de convergencia puntual, uniforme y en media: sumabilidades de la serie de Fourier. Lema de Riemann-Lebesgue. Teorema de Dirichlet y fenómeno de Gibbs. Principio de localización de Riemann. Explotando la ortogonalidad: espacios de Hilbert y teorema de Plancherel.

- **Transformada de Fourier discreta.** Sucesiones periódicas. La transformada discreta y su inversa. Muestreo e interpolación. Cálculo aproximado de coeficientes de Fourier. El algoritmo FFT y su uso en programas informáticos (Python).
- **Transformada de Fourier.** El análogo continuo de las series de Fourier. Frecuencias continuas. Funciones de la clase de Schwartz. Núcleos de Poisson y Gauss-Weierstrass. Fórmula de inversión. Transformada de Fourier y teoría L^2. Funciones de banda limitada. Principio de incertidumbre.

4.4. Planificación de las actividades de aprendizaje y calendario de fechas clave

- De manera general, esta asignatura tiene cuatro horas de clase a la semana. El horario lo fija y hace público la Facultad de Ciencias antes del comienzo del curso.
- Las sesiones de laboratorio se establecerán dentro del horario general, según se vaya cubriendo el programa de la asignatura.
- Periódicamente se propondrán problemas o trabajos y se concretarán los plazos de entrega.
- Las fechas de exámenes las fija y las hace públicas la Facultad de Ciencias con suficiente antelación.

Durante el curso se propondrán periódicamente problemas o trabajos que permitirán aprobar la asignatura.

Habrá un examen final de la asignatura en los periodos oficiales de exámenes. Las fechas de los exámenes se precisarán a lo largo del curso y en la web de la Facultad de Ciencias.

4.5. Bibliografía y recursos recomendados

- F. J. Ruiz Blasco, *Análisis de Fourier*. [Disponible para los alumnos de la asignatura a través del Anillo Digital Docente de la Universidad de Zaragoza.]
- J. Duoandikoetxea Zuazo, *Análisis de Fourier*. Addison-Wesley Iberoamericana; Madrid: Universidad Autónoma de Madrid, 1995.
- Y. Katznelson, *An introduction to harmonic analysis*. Wiley, 1968.
- W. Rudin, *Análisis real y complejo*, 3a. ed. Madrid: McGraw-Hill, 1987.
- E. M. Stein, R. Shakarchi, *Fourier analysis: an introduction*. Princeton University Press, 2003.

http://psfunizar10.unizar.es/br13/egAsignaturas.php?codigo=27035