Universidad Zaragoza

Curso Académico: 2021/22

27032 - Teoría de la probabilidad

Información del Plan Docente

Año académico: 2021/22
Asignatura: 27032 - Probability Theory
Centro académico: 100 - Facultad de Ciencias
Titulación: 453 - Graduado en Matemáticas
Créditos: 6.0
Curso: 4
Periodo de impartición: Segundo semestre
Clase de asignatura: Optativa
Materia:

1. Información Básica

1.1. Objetivos de la asignatura

La asignatura y sus resultados previstos responden a los siguientes planteamientos y objetivos:

La asignatura *Teoría de la probabilidad* es una asignatura de formación optativa. Sus principales objetivos son afianzar los resultados clásicos del cálculo de probabilidades, desarrollados en asignaturas previas del módulo *Probabilidad y estadística* y dar una introducción a la teoría de los procesos estocásticos y sus variadas aplicaciones a diversos problemas procedentes de la física, la economía y la ingeniería, entre otras ciencias.

1.2. Contexto y sentido de la asignatura en la titulación

Se trata de una asignatura optativa dentro del grado en Matemáticas. Culmina de una forma rigurosa los conocimientos adquiridos en las asignaturas obligatorias dentro del módulo *Probabilidad y estadística*. También complementa los tópicos impartidos en las asignaturas dedicadas a la estadística dentro del citado módulo. Finalmente, proporciona otra visión de los conocimientos desarrollados en la asignatura *Integral de Lebesgue*.

Se recomienda haber superado las asignaturas *Cálculo de probabilidades* e *Integral de Lebesgue*.

1.3. Recomendaciones para cursar la asignatura

El estudio y trabajo continuado desde el principio de curso son esenciales para no perder el ritmo de la materia y poder, finalmente, superar la asignatura.

Es recomendable la realización de las actividades propuestas, especialmente la resolución de problemas. Una de las dificultades de la asignatura se presenta en la construcción del modelo adecuado para resolver los problemas con la ayuda de las herramientas que se proponen en clase, por lo que es recomendable que el alumno invierta tiempo suficiente para resolver problemas por sí mismo.

Se recomienda haber superado las asignaturas *Cálculo de probabilidades* e *Integral de Lebesgue*. Esta recomendación tiene como razón intrínseca el hecho de que en la primera parte del curso se reconsideran y profundizan conceptos y resultados vistos en la asignatura *Cálculo de probabilidades*, a la luz de la teoría de la medida estudiada en la asignatura *Integral de Lebesgue*.

Aún siendo optativa, esta asignatura puede ser de gran interés para aquellos alumnos que quieran complementar y contemplar desde una perspectiva probabilística los contenidos de la asignatura *Integral de Lebesgue*.

2. Competencias y resultados de aprendizaje

2.1. Competencias

Al superar la asignatura, el estudiante será más competente para:

Comprender y utilizar el lenguaje y el método de la teoría de la probabilidad y los procesos estocásticos y sus aplicaciones en la modelización de fenómenos aleatorios.

Adquirir nuevos conocimientos y técnicas probabilísticas de forma autónoma y dentro de los estudios del grado en

Matemáticas.

Poder comunicar, de forma oral y escrita, información, ideas, problemas y soluciones del ámbito matemático a un público tanto especializado como no especializado.

Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos en Matemáticas y utilizar dichos recursos en idiomas modernos, especialmente inglés.

2.2. Resultados de aprendizaje

El estudiante, para superar esta asignatura, deberá demostrar los siguientes resultados:

Comprender y manejar las nociones y resultados fundamentales de la teoría de la probabilidad (espacios de probabilidad, variables aleatorias, esperanzas, modos de convergencia de variables aleatorias...) de una forma rigurosa.

Conocer, manejar y utilizar las nociones de independencia de variables aleatorias, así como sus distintos modos de convergencia, haciendo hincapié en las leyes fuertes y débiles de grandes números.

Comprender el significado de los distintos teoremas centrales del límite, su fundamentación y demsotración a través de las funciones características, y sus diversas aplicaciones a la estadística y otras ciencias.

Conocer las nociones y resultados básicos de la teoría de cadenas de Markov y sus múltiples aplicaciones a la modelización de fenómenos físicos, biológicos y económicos, entre otros.

Comprender los procesos fundamentales en tiempo continuo, especialmente el proceso de Poisson, y su potencial aplicabilidad a la modelización de problemas procedentes de otras disciplinas científicas.

2.3. Importancia de los resultados de aprendizaje

Proporciona una formación de carácter optativo dentro del grado en Matemáticas. Además, de afianzar los conocimientos fundamentales de probabildiad, se pretende adiestrar al estudiante en el arte de la modelización de fenómenos aleatorios que evolucionan a lo largo del tiempo. Se proporciona asimismo una visión suficientemente amplia que permita al alumno proseguir sus estudios en un futuro en el campo de la estadística y la probabilidad.

3. Evaluación

3.1. Tipo de pruebas y su valor sobre la nota final y criterios de evaluación para cada prueba

El estudiante deberá demostrar que ha alcanzado los resultados de aprendizaje previstos mediante las siguientes actividades de evaluación:

Se efectuará un examen intermedio eliminatorio de materia entre las semanas 8 y 9 del curso. Dicho examen incluirá la materia de los bloques I y II. Habrá también un examen final en la fecha indicada por el centro que incluirá el resto de la materia desarrollada, si se hubiese superado el examen previo, o toda la materia si no fuera así. El alumno podrá optar por realizar el examen con toda la materia, aun habiendo superado el examen intermedio, si desea mejorar su calificación.

No obstante, los alumnos podrán sustituir los exámenes por la realización de una serie de trabajos, bien de forma indivudual o en grupo reducido, que se irán encargando a lo largo del curso. Además, deberán llevar a cabo a presentación en clase de alguno de los trabajos realizados.

Dichos trabajos pueden incluir el desarrollo de algún tópico o resultado no visto en clase, la resolución de problemas o el estudio de algún tema de interés para completar la formación de los alumnos.

La calificación tendrá en cuenta todas las actividades desarrolladas.

4. Metodología, actividades de aprendizaje, programa y recursos

4.1. Presentación metodológica general

El proceso de aprendizaje que se ha diseñado para esta asignatura se basa en lo siguiente:

Clases de teoría: Siguiendo principalmente el modelo de lección participativa, utilizando el apoyo de medios audiovisuales u otros recursos si se considerase conveniente, y procurando que exista interacción con los estudiantes.

Clases de resolución de problemas: Se trabajará en la resolución de ejercicios y problemas. Además, si fuese necesario se podrán realizar algunas prácticas informáticas. Se propondrán también problemas y ejercicios. Los alumnos tendrán que realizar su parte de trabajo personal para la resolución de los problemas propuestos y la redacción de soluciones.

Dependiendo de las disponibilidades, se realizarán algunos seminarios tutelados de teoría/problemas: En estos seminarios los estudiantes expondrán su trabajo, y plantearán las dudas y dificultades con las que se han encontrado.

Tutorías. Habrá un horarios de tutorías personales con el profesor.

Trabajo personal. El estudio individual le permitirá asentar los conceptos explicados en las clases, así como aprender y aplicar adecuadamente las técnicas explicadas. Deberá manejar otra bibliografía distinta de la propuesta por el profesor, además de los apuntes de clase. También deberá dedicar una parte importante de su tiempo a la resolución de los ejercicios propuestos.

La asignatura aparece en el Moodle de la Universidad de Zaragoza. Así, el alumno puede obtener, información sobre la asignatura, apuntes, otra bibliografía, material complementario, hojas de problemas, etc.

4.2. Actividades de aprendizaje

El programa que se ofrece al estudiante para ayudarle a lograr los resultados previstos comprende las siguientes actividades.

- Dos horas semanales de clases teóricas participativas.
- Dos horas semanales dedicadas tanto a clases prácticas como a seminarios.
- Tutorías individualizadas.
- Otras actividades de aprendizaje: estudio y trabajo personal, trabajos en grupos pequeños,...

Las actividades docentes y de evaluación se llevarán a cabo de modo presencial salvo que, debido a la situación sanitaria, las disposiciones emitidas por las autoridades competentes y por la Universidad de Zaragoza dispongan realizarlas de forma telemática o semitelemática con aforos reducidos rotatorios.

4.3. Programa

Bloque I. Espacios de probabilidad y variables aleatorias.

Tema 1. Probabilidad y medida. El problema de la medida: Conjuntos no medibles, sucesos y sigma álgebras. Espacios de probabilidad. Propiedades de la probabilidad. Construcción de medidas de probabilidad.

Tema 2. Variables aleatorias. Probabilidad imagen y función de distribución. Relación entre funciones de distribución y variables alaeatorias. Esperanza de variables aleatorias. Desigualdades.Espacios producto: Vectores aleatorios. Distribuciones condicionales. Independencia de variables aleatorias. Límite de sucesos. Lemas de Borel-Cantelli.

Bloque II. Convergencias y leyes de grandes números.

Tema 3. Convergencia de v.a. Modos de convergencia de sucesiones de variables aleatorias: en distribución, en probabilidad, en media de orden p y casi segura. Relaciones mutuas. Teoremas sobre convergencias.

Tema 4. Leyes de grandes números. Leyes débiles de grandes números. Convergencia de series aleatorias y leyes fuertes de grandes números. Aplicaciones: números normales, métodos de Montecarlo de integración numérica, métodos probabilísticos en la aproximación de funciones.

Bloque III. Teoremas centrales del límite.

Tema 5. Función característica. Función característica: derivación y momentos, teoremas de unicidad, inversión y continuidad. Aplicación al caso de sumas de variables aleatorias independientes.

Tema 6. Teoremas centrales del límite. Bosquejo histórico. Teoremas de De Moivre-Laplace, Lévy, Liapunov y Lindeberg-Feller. Aplicaciones: construcción de intervalos de confianza asintóticos. Velocidad de convergencia en el teorema central del límite.

Bloque IV. Introducción a los procesos estocásticos.

Tema 7. Cadenas de Markov. Definición y construcción de una cadena de Markov. Ejemplos: recorridos aleatorios, colas, modelización de fenómenos físicos, biológicos y económicos. Ecuación de Chapman-Kolmogorov. Clasificación de estados: periodicidad, recurrencia y transitoriedad. Tiempos de parada: la propiedad de Markov fuerte. Probabilidades a largo plazo y tiempos medios de recurrencia. Distribuciones estacionarias o invariantes. Teoremas ergódicos. Aplicaciones a la modelización de fenómenos físicos, biológicos y económicos.

Tema 8. Introducción a los procesos en tiempo continuo. Teorema de consistencia de Kolmogorov. El proceso de Poisson: construcción y propiedades. Procesos de Poisson no homogéneos y compuestos. Aplicaciones a la modelización en ingeniería. Cadenas de Markov en tiempo continuo. Aplicaciones. Introducción al movimiento browniano.

4.4. Planificación de las actividades de aprendizaje y calendario de fechas clave

Calendario de sesiones presenciales y presentación de trabajos:

Todas las actividades presenciales se imparten según horario establecido por el centro, publicado con anterioridad a la fecha de comienzo de curso.

El calendario de trabajos a realizar por el alumno será determinado por el profesor de la asignatura.

Clases de contenidos y de problemas (4 horas por semana en total), según el horario publicado por el centro.

Cada alumno deberá realizar, al menos, una presentación oral, individual o en grupo reducido. Dependiendo del desarrollo del curso, estas presentaciones tendrán lugar en clase o en seminarios específicos.

4.5. Bibliografía y recursos recomendados

- Billingsley, Patrick. Probability and Measure / Patrick Billingsley . - 3rd ed. New York [etc.] : John Wiley, cop. 1995.
- Çinlar, Erhan. Probability and Stochastics / Erhan Cinlar . New York : Springer, 2011.
- Grimmett, Geoffrey. Probability and Random Processes / Geoffrey Grimmett and David Stirzaker . - 3rd. ed., repr. with corr. Oxford : Oxford University Press, 2004.

- Gut, Allan. Probability: A Graduate Course. Springer. 2005.
- Norris, J.R.. Markov Chains. Cambridge University Press. 1997.
- Resnick, Sidney. Adventures in Stochastic Processes / Sidney Resnick Boston [etc] : Birkhäuser, cop. 1992.
- Ross, Sheldon M.. Stochastic Processes / Sheldon M. Ross . - 2nd. ed. New York [etc.] : John Wiley and Sons, cop. 1996.
- Vélez Ibarrola, Ricardo. Cálculo de Probabilidades 2 / Ricardo Vélez Ibarrola . - [1ª ed.] Madrid : Ediciones Académicas, 2004.

http://psfunizar10.unizar.es/br13/egAsignaturas.php?codigo=27032