

Curso Académico: 2021/22

## 27009 - Ecuaciones diferenciales ordinarias

### Información del Plan Docente

**Año académico:** 2021/22

**Asignatura:** 27009 - Ecuaciones diferenciales ordinarias

**Centro académico:** 100 - Facultad de Ciencias

**Titulación:** 453 - Graduado en Matemáticas

**Créditos:** 9.0

**Curso:** 2

**Periodo de impartición:** Anual

**Clase de asignatura:** Obligatoria

**Materia:**

## 1. Información Básica

### 1.1. Objetivos de la asignatura

**La asignatura y sus resultados previstos responden a los siguientes planteamientos y objetivos:**

Se trata de una asignatura obligatoria cuyo objetivo es introducir el concepto de ecuación diferencial ordinaria, dotando al alumno de los principales herramientas para el análisis y resolución de este tipo de ecuaciones. Se pondrá al alumno en contacto con problemas reales que pueden ser descritos por medio de este tipo de ecuaciones.

### 1.2. Contexto y sentido de la asignatura en la titulación

Esta asignatura está encuadrada en el módulo titulado *Ecuaciones diferenciales*. Es el primer contacto del alumno con el problema de la resolución de ecuaciones diferenciales. En cursos posteriores, basándose en los conceptos estudiados en este curso, se abordará el estudio de las ecuaciones en derivadas parciales y los sistemas dinámicos, así como su tratamiento por medio de métodos de aproximación numérica.

### 1.3. Recomendaciones para cursar la asignatura

Es importante la asistencia a clase y la participación activa. Se deben asimilar las explicaciones teórico-prácticas de la materia y realizar los problemas que se propongan. Es conveniente hacer uso de las horas de tutoría para resolver dudas y ampliar conocimientos. Se deben preparar con antelación las pruebas de evaluación y los exámenes obligatorios. Es necesario seguir diariamente el desarrollo de la asignatura y poder responder a cuestiones explicadas en las semanas inmediatamente anteriores.

Durante todo el curso, se utilizarán numerosos conceptos adquiridos en las asignaturas del primer curso, en particular, en *Análisis Matemático I*, *Álgebra lineal* y *Números y conjuntos*. Es imprescindible que el alumno domine dichos conceptos. En el segundo semestre se necesitarán algunos resultados del primer semestre de la asignatura *Análisis Matemático II*.

## 2. Competencias y resultados de aprendizaje

### 2.1. Competencias

**Al superar la asignatura, el estudiante será más competente para:**

- Resolver ecuaciones y sistemas diferenciales lineales.
- Resolver ecuaciones diferenciales elementales.
- Decidir sobre la existencia y/o unicidad de soluciones de problemas de valor inicial.
- Extraer información cualitativa sobre las soluciones de ecuaciones diferenciales sin necesidad de resolverlas.
- Analizar la estabilidad de los puntos de equilibrio.
- Construir y analizar algunos modelos matemáticos sencillos por medio de ecuaciones diferenciales.

### 2.2. Resultados de aprendizaje

**El estudiante, para superar esta asignatura, deberá demostrar los siguientes resultados:**

- Sabe distinguir una ecuación diferencial de otros tipos de ecuaciones y sabe clasificarla de acuerdo a su linealidad y otras características.
- Sabe analizar la existencia, unicidad y regularidad de las soluciones.
- Sabe aplicar los distintos métodos de resolución a dichas ecuaciones cuando esto sea posible y sabe analizar cualitativamente la forma de las soluciones cuando no sea posible encontrar la solución.

### **2.3. Importancia de los resultados de aprendizaje**

- Proporcionan una formación básica dentro del grado (ver Contexto y sentido de la asignatura en la titulación).
- Proporcionan al alumno una visión de los aspectos matemáticos relacionados con el análisis y la resolución de problemas matemáticos que describen el comportamiento dinámico de multitud de procesos reales.

## **3. Evaluación**

### **3.1. Tipo de pruebas y su valor sobre la nota final y criterios de evaluación para cada prueba**

**El estudiante deberá demostrar que ha alcanzado los resultados de aprendizaje previstos mediante las siguientes actividades de evaluación:**

- Se evaluará el aprendizaje del alumno mediante la resolución de problemas y cuestiones teórico-prácticas propuestas por el profesor en grupos reducidos a lo largo del curso. Los resultados serán presentados por los alumnos y discutidos en clase. Este apartado representará un 15% de la nota.
- Se debe entregar, dentro del plazo establecido por el profesor, un informe con los resultados del trabajo en grupo. Este apartado representará un 5% de la nota.
- Se realizará una prueba escrita a mitad de semestre, sobre los contenidos teóricos de la asignatura estudiados hasta ese momento en el semestre. Este apartado representará un 15% de la nota (ambos exámenes tendrán el mismo peso).
- Se realizará un examen de teoría y problemas al finalizar cada semestre, donde se valorará el grado de conocimiento que tiene el alumno sobre la materia tratada en clase en tal semestre. Este apartado representará un 65% de la nota (ambos exámenes tendrán el mismo peso)
- Quienes no hayan superado la asignatura por el método anterior, pueden aprobar la asignatura mediante una prueba global, que se celebrará en las fechas establecidas a tal efecto por la Facultad de Ciencias. El resultado de dicha prueba supondrá el 100% de la calificación.
- Las pruebas escritas globales y las de final de semestre constarán de problemas de aplicación (60%) así como de cuestiones teórico-prácticas y temas teóricos a desarrollar (40%).

## **4. Metodología, actividades de aprendizaje, programa y recursos**

### **4.1. Presentación metodológica general**

**El proceso de aprendizaje que se ha diseñado para esta asignatura se basa en lo siguiente:**

- Clases magistrales, en las que se mostrarán los aspectos esenciales de la teoría y sus aplicaciones.
- Clases de problemas en grupos reducidos, en las que los alumnos resolverán ejercicios y los expondrán al resto de la clase.
- Tutorías individuales de carácter voluntario.
- Estudio y trabajo individual del alumno.

### **4.2. Actividades de aprendizaje**

**El programa que se ofrece al estudiante para ayudarle a lograr los resultados previstos comprende las siguientes actividades:**

- Clases magistrales.

- Clases de problemas en grupos reducidos.
- Tutorías individuales.
- Estudio y trabajo individual del alumno.

Las actividades docentes y de evaluación se llevarán a cabo de modo presencial salvo que, debido a la situación sanitaria, las disposiciones emitidas por las autoridades competentes y por la Universidad de Zaragoza dispongan realizarlas de forma telemática o semitelemática con aforos reducidos rotatorios.

### 4.3. Programa

#### I.- Sistemas lineales con coeficientes constantes

- 1. Ecuaciones lineales**
  1. Ecuaciones de orden 1
  2. Ecuaciones de orden 2: solución de la ecuación homogénea
  3. Ecuaciones de orden 2: solución de la ecuación no homogénea
- 2. Sistemas lineales: introducción.**
  1. Notación y nomenclatura
  2. Soluciones propias
  3. Ecuaciones de segundo orden
- 3. Exponencial de una matriz**
  1. Convergencia de sucesiones de matrices
  2. Exponencial de una matriz
  3. Cálculo de la exponencial
  4. Derivabilidad
- 4. Sistemas lineales con coeficientes constantes**
  1. Solución del sistema homogéneo
  2. Estructura de la solución
  3. Solución del sistema no homogéneo
  4. Ecuaciones de orden superior
  5. Sistemas con impulsos instantáneos \*
- 5. Teoría cualitativa**
  1. Noción de estabilidad
  2. Estabilidad y espectro
  3. Diagrama de fases y clasificación de los sistemas bidimensionales
- 6. Transformada de Laplace**
  1. Definición y primeras propiedades
  2. Cálculo de transformadas
  3. Aplicación a la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias.
  4. Estabilidad

#### II.- Sistemas lineales con coeficientes variables

- 1. Ecuaciones lineales**
  1. Ecuaciones con coeficientes variables
  2. Desigualdad de Grönwall
- 2. Sistemas lineales**
  1. Sistemas homogéneos: existencia y unicidad de soluciones
  2. Matriz resolvente
  3. Solución del problema no homogéneo
  4. Dependencia de parámetros
  5. Ecuaciones de orden superior
  6. Estabilidad \*
- 3. Sistemas lineales con coeficientes periódicos \***
  1. Soluciones periódica del sistema homogéneo
  2. Estructura de la solución
  3. Soluciones periódica del sistema homogéneo
  4. Estabilidad y resonancia

### III.- Sistemas no lineales

#### 1. Ecuaciones escalares autónomas

1. Ejemplos y primeras propiedades
2. Existencia y unicidad. Asíntotas
3. Análisis cualitativo

#### 2. Ecuaciones escalares no autónomas

1. Ecuaciones exactas
2. Factores integrantes
3. Otros métodos de integración

#### 3. Existencia y unicidad de soluciones

1. Condición de Lipschitz
2. Existencia y unicidad: teorema de Picard
3. Prolongabilidad. Solución maximal
4. Solución global

#### 4. Métodos numéricos para problemas de valor inicial

1. Métodos de Euler y de Taylor
2. Convergencia
3. Método de Runge-Kutta
4. Métodos multipaso \*

#### 5. Regularidad de las soluciones

1. Dependencia continua
2. Dependencia diferenciable
3. La ecuación variacional
4. Trivialización \*

#### 6. Teoría cualitativa

1. Sistemas autónomos
2. Caso escalar
3. Estabilidad de puntos de equilibrio: método de linealización
4. Estabilidad de puntos de equilibrio: funciones de Lyapunov \*
5. Diagrama de fases de un sistema en el plano

\* Estos temas se estudiarán si hay tiempo y el profesor lo estima oportuno.

### 4.4. Planificación de las actividades de aprendizaje y calendario de fechas clave

Ver el calendario académico de la Universidad de Zaragoza y los horarios establecidos por la Facultad de Ciencias.

- Resolución y discusión de ejercicios en clase durante todo el curso. Realización de trabajos por grupos, entrega del informe y exposición (durante el mes de mayo).
- Realización de una prueba teórica escrita a mitad de cada semestre.
- Realización de una prueba teórico-práctica escrita al final de cada semestre.
- Examen global de la asignatura en las convocatorias de Junio y Septiembre, en las fechas determinadas por la Facultad de Ciencias.
- Durante el curso en la web de la Facultad de Ciencias se dará información más explícita.

### 4.5. Bibliografía y recursos recomendados

- Simmons, George F.. Ecuaciones diferenciales : con aplicaciones y notas históricas / George F. Simmons ; con un capítulo sobre métodos numéricos de John S. Robertson ; traducción Lorenzo Abellanas Rapun . - 2a ed. Madrid [etc.] : McGraw-Hill, D.L. 2000.
- Boyce, William E.. Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera / William E. Boyce, Richard C. DiPrima ; colaboración en la traducción Hugo Villagómez Velázquez . - 4a ed. México [etc.] : Limusa, cop.1998.
- Braun, Martin. Ecuaciones diferenciales y sus aplicaciones / M. Braun ; Traductor Ignacio Barradas Bribiesca . - [1a ed.] México : Grupo Editorial Iberoamérica, 1990.
- Hirsch, Morris W.. Ecuaciones diferenciales, sistemas dinámicos y álgebra lineal / Morris W. Hirsch, Stephen Smale ; versión española, Carlos Fernández Pérez Madrid : Alianza, 1983.
- Guzmán, Miguel de. Ecuaciones diferenciales ordinarias : teoría de estabilidad y control / M. de Guzmán . - [1a ed., reimp.] Madrid : Alhambra, 1987.

- Calvo Pinilla, M.. Curso de ecuaciones diferenciales ordinarias / Manuel Calvo Pinilla y Jesús Carnicer Álvarez Zaragoza : Prensas Universitarias de Zaragoza, 2010.
- Zill, Dennis G.. Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado / Dennis G. Zill . - 6a ed. México [etc.] : International Thomson Editores, cop. 1997.
- Marcellan, Francisco. Ecuaciones diferenciales : problemas lineales y aplicaciones / Francisco Marcellan, Luis Casasus, Alejandro Zarzo . - 1ª ed. en español, [reimp.] Madrid [etc.] : McGraw-Hill, D. L. 1991.

<http://psfunizar10.unizar.es/br13/egAsignaturas.php?codigo=27009>