

## 30308 - Probabilidad y procesos

### Información del Plan Docente

<b>Año académico</b>	2018/19
<b>Asignatura</b>	30308 - Probabilidad y procesos
<b>Centro académico</b>	110 - Escuela de Ingeniería y Arquitectura
<b>Titulación</b>	438 - Graduado en Ingeniería de Tecnologías y Servicios de Telecomunicación
<b>Créditos</b>	6.0
<b>Curso</b>	1
<b>Periodo de impartición</b>	Semestral
<b>Clase de asignatura</b>	Formación básica
<b>Módulo</b>	Estadística

### 1. Información Básica

#### 1.1. Objetivos de la asignatura

La asignatura y sus resultados previstos responden a los siguientes planteamientos y objetivos:

La asignatura se enfoca a presentar las herramientas básicas para modelar situaciones aleatorias, incluyendo una introducción de los procesos estocásticos y su utilidad en el ámbito de las Telecomunicaciones, de donde se extraen los ejemplos y ejercicios que ilustran el aprendizaje de las distintas técnicas y procedimientos.

Así ejemplos basados en los errores producidos en una transmisión secuencial de dígitos sirven de base para el aprendizaje del cálculo de probabilidades en tanto que los tiempos entre llegadas sucesivas de este tipo de eventos aleatorios motivan la definición de variables aleatorias. Asimismo la necesidad de conocer las características de un fenómeno a partir de sus observaciones propicia el estudio de herramientas de inferencia estadística. El análisis de la evolución de un fenómeno aleatorio a lo largo del tiempo sustenta la definición de modelos para los procesos estocásticos.

El objetivo final es que el alumno integre los conocimientos que se cursan en la asignatura en el contexto formativo del grado de en Ingeniería de Tecnologías y Servicios de Telecomunicación y adquiera destreza en la modelización probabilística, así como en el uso de técnicas estadísticas para abordar el análisis de la información en una base de datos y para realizar (o valorar de manera crítica) un informe con los análisis estadísticos y elaborar conclusiones relevantes para la toma de decisiones.

### 1.2.Contexto y sentido de la asignatura en la titulación

La asignatura es obligatoria y forma parte de la formación básica de los estudiantes del Grado en Ingeniería de Tecnologías y Servicios de Telecomunicación, en el segundo semestre del primer curso, lo que supone que el estudiante ha adquirido formación en los resultados de aprendizaje de las asignaturas Matemáticas I y II.

Se adquieren competencias en el estudio del comportamiento aleatorio de un fenómeno, reflejado en una o dos variables o que, observado a lo largo del tiempo, implica la consideración de un proceso estocástico. Se trata de conceptos y herramientas básicos para materias de Señal y Comunicaciones (la asignatura Señales y Sistemas se imparte simultáneamente en el segundo cuatrimestre), de Redes, Sistemas y Servicios de la rama común de Telecomunicación, así como de algunas de tecnologías específicas como Tratamiento de la Información.

### 1.3.Recomendaciones para cursar la asignatura

Se aconseja a los alumnos cursar la asignatura de manera presencial y continuada durante el cuatrimestre, asistiendo y participando activamente en las sesiones con el profesor, tanto de carácter expositivo como en las prácticas. Esto permitirá al alumno adquirir secuencialmente tanto los conocimientos en los distintos módulos, como las destrezas en las distintas técnicas estadísticas sobre un software adecuado y abordar en las mejores condiciones las pruebas de evaluación y tareas periódicas programadas a lo largo del curso.

Es recomendable que el alumno conozca las herramientas básicas de cálculo diferencial e integral que se imparten en Matemáticas I y de Álgebra en Matemáticas II.

## 2.Competencias y resultados de aprendizaje

### 2.1.Competencias

Al superar la asignatura, el estudiante será más competente para...

Capacidad para planificar, presupuestar, organizar, dirigir y controlar tareas, personas y recursos (C2)

Capacidad para resolver problemas y tomar decisiones con iniciativa, creatividad y razonamiento crítico (C4)

Capacidad para comunicar y transmitir conocimientos, habilidades y destrezas en castellano (C5)

## 30308 - Probabilidad y procesos

Capacidad para usar las técnicas, habilidades y herramientas de la Ingeniería necesarias para la práctica de la misma (C6)

Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmicos numéricos; estadística y optimización. (CFB1)

### 2.2.Resultados de aprendizaje

El estudiante, para superar esta asignatura, deberá demostrar los siguientes resultados...

Tiene aptitud para aplicar las técnicas de tratamiento y análisis de datos.

Conoce los conceptos, aplicaciones y resultados fundamentales de la probabilidad.

Comprende los conceptos de variable aleatoria unidimensional y multidimensional.

Domina el modelado de entornos de la ingeniería bajo naturaleza estocástica mediante variables aleatorias así como la realización de cálculos en situaciones de incertidumbre.

Entiende el significado y utilización de un proceso estocástico.

Conoce los procesos más usuales: Gaussianos, de Poisson, Markovianos

Conoce los elementos para representar las características más relevantes de un proceso: funciones de medias, autocorrelación y covarianza.

Tiene capacidad para la elaboración, comprensión y crítica de informes basados en análisis estadísticos.

Identificar y formular problemas de optimización.

### 2.3.Importancia de los resultados de aprendizaje

Esta asignatura enseña los principios básicos para abordar situaciones en presencia de incertidumbre. Los estudiantes desarrollan competencias para abordar problemas reales, para trabajar con datos y aprenden a reconocer y utilizar modelos que sirven para reflejar los aspectos fundamentales de situaciones relacionadas con el ámbito de las Telecomunicaciones en las que hay aleatoriedad. Así, el diseño, análisis o mejora de un sistema de comunicación implica la construcción de un modelo que describa su funcionamiento y permita estudiarlo, bien analíticamente bien mediante simulación. Ante la imposibilidad de controlar todos los factores que influyen en el funcionamiento del sistema real, el modelado debe incluir términos aleatorios, de modo que los conocimientos de probabilidad y procesos capacitan al estudiante para tener en cuenta y modelar las componentes aleatorias presentes en cualquier sistema.

Por otra parte, en su trabajo cotidiano, un ingeniero maneja información procedente de bases de datos y debe ser capaz de tomar decisiones a partir de esa información, lo que requiere un análisis estadístico exploratorio, la estimación de parámetros y la

## 30308 - Probabilidad y procesos

consideración del error muestral asociado (intervalos de confianza) y el planteamiento de contrastes de hipótesis para tomar decisiones en un entorno con incertidumbre.

### 3.Evaluación

#### 3.1.Tipo de pruebas y su valor sobre la nota final y criterios de evaluación para cada prueba

El estudiante deberá demostrar que ha alcanzado los resultados de aprendizaje previstos mediante las siguientes actividades de evaluación

Se recomienda una trayectoria de aprendizaje secuenciado a lo largo del curso, asociada a una evaluación continua, cuya calificación se obtendrá a partir de las siguientes actividades:

1. Una prueba escrita consistente en resolver cuestiones teórico-prácticas y problemas relativos a la materia impartida del módulo de Modelos de distribución de probabilidad (resultados de aprendizaje 2-4). Se realizará hacia la mitad de curso.
2. Una prueba escrita relativa a los módulos Distribuciones aleatorias bidimensionales y Procesos estocásticos (resultados de aprendizaje 5-7). Se realizará a final del cuatrimestre, en la convocatoria oficial de la asignatura.
3. Actividades propuestas en el laboratorio informático para evaluar la destreza en el análisis exploratorio, la definición de un modelo probabilística acorde con las características de los datos y en la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre, optimización y planificación de recursos (resultados de aprendizaje 1, 8 y 9). Se realizarán a lo largo del curso.
4. Una prueba relativa a los contenidos desarrollados en las prácticas de laboratorio. Se realizará al finalizar el cuatrimestre.

Los alumnos que no realicen o no superen la prueba propuesta en el punto 1 anterior, deberán realizarla en la convocatoria oficial de la asignatura.

Cada una de las dos pruebas escritas de los puntos 1 y 2 suponen un 40% en la calificación final; para superar el 80% que suponen ambas, el alumno ha de obtener una nota de al menos 4 (sobre 10) en cada una de ellas y una media de al menos 5.

Los resultados de aprendizaje relativos a la destreza en el análisis estadístico de datos se evaluarán con la calificación conjunta de la prueba correspondiente y de las actividades de evaluación formativa realizadas durante todo el curso ligadas al laboratorio informático. Tiene un valor del 20% de la calificación final. El alumno ha de obtener una calificación de al menos 5 sobre 10 en estas actividades.

Para superar la asignatura el alumno deberá obtener una nota final de al menos 5 puntos, sobre 10.

### 4. Metodología, actividades de aprendizaje, programa y recursos

#### 4.1. Presentación metodológica general

El proceso de aprendizaje que se ha diseñado para esta asignatura se basa en lo siguiente:

La metodología que se propone trata de fomentar el trabajo continuado del estudiante, se presentan los conceptos secuencialmente para promover su mejor comprensión, pasando de modelos sencillos de probabilidad, variables aleatorias de una dimensión, extensión al caso bidimensional y por último la incorporación de los conceptos de procesos estocásticos. Además, se insiste en ofrecer una visión práctica utilizando problemas y datos reales.

En las sesiones con el grupo completo se tratan los aspectos teóricos en forma de clase magistral y se motivan con aplicaciones inmediatas en ejemplos-tipo. El planteamiento y modelado de problemas realistas, así como el tratamiento con muestras de datos se realiza en las sesiones en aula de informática en las que se aprenderá a trabajar con un software estadístico.

#### 4.2. Actividades de aprendizaje

El programa que se ofrece al estudiante para ayudarle a lograr los resultados previstos comprende las siguientes actividades...

Se plantean los siguientes módulos de aprendizaje:

Módulo 1: *Análisis exploratorio de datos.*

Módulo 2: *Modelos de distribución de probabilidad, variables aleatorias unidimensionales.*

Módulo 3: *Distribuciones aleatorias bidimensionales.*

Módulo 4: *Procesos estocásticos.*

Módulo 5: *Introducción a la optimización.*

Estos módulos se desarrollarán a través de actividades que desglosan los 6 créditos ECTS correspondientes a la asignatura (150 horas / estudiante) repartidas como sigue:

## 30308 - Probabilidad y procesos

Actividades presenciales:

30 h de clase magistral, en grupo único.

30 h de resolución de casos prácticos, en grupo reducido (15 sesiones de 2 horas presenciales).

Actividades no presenciales:

30 h de trabajo individual dedicado al estudio de aspectos teóricos y 54 h a actividades de carácter práctico.

6 h dedicadas a actividades de evaluación.

### 4.3.Programa

**El programa detallado para lograr los resultados previstos es**

\*.- INTRODUCCIÓN

Experimentos determinísticos y aleatorios.

La metodología estadística.

Introducción histórica.

\*.- ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

Representaciones gráficas.

Percentiles.

Medidas de centralización.

Medidas de dispersión.

Medidas de forma.

Relaciones entre variables continuas. Coeficiente de correlación. Suavizado. Regresión lineal.

## 30308 - Probabilidad y procesos

\*.- ESPACIOS DE PROBABILIDAD, PROBABILIDAD CONDICIONAL. INDEPENDENCIA

Sucesos y espacio muestral.

Sucesos compuestos y elementales.

Espacio de probabilidad: definición axiomática de Kolmogorov. Consecuencias.

Definición de probabilidad condicionada.

Teorema del producto.

Teorema de la probabilidad total. Sistema completo de sucesos.

Teorema de Bayes.

Independencia de dos sucesos. Independencia 2 a 2 y mutua independencia.

\*.- VARIABLES ALEATORIAS. DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

Definición de variable aleatoria.

Función de distribución de probabilidad asociada a una v. a.: definición y propiedades.

Función de masa de probabilidad de una v. a.

Variable aleatoria discreta: definición, conjunto soporte.

Variable aleatoria continua: definición, función de densidad de probabilidad.

V. a. con distribución de probabilidad mixta.

Variables aleatorias condicionadas. Distribuciones truncadas.

Distribución de una función de variable aleatoria.

### \*.- CARACTERÍSTICAS DE LAS VARIABLES ALEATORIAS

Esperanza de una v. a., caso discreto y caso continuo.

Esperanza de función de una v. a.

Propiedades de la esperanza.

Momentos de una v. a., relaciones entre ellos.

Varianza, propiedades. Desviación típica.

Desigualdad de Tchebycheff.

Medidas de centralización: percentiles. Medidas de dispersión. Medidas de forma.

Aproximación de momentos de funciones de variables aleatorias.

Función característica. Cálculo de momentos.

### \*.- ALGUNAS DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD USUALES

Distribución uniforme discreta.

Pruebas de Bernoulli: axiomas y condiciones.

Distribución de Bernoulli.

Distribución binomial, propiedad reproductiva.

Distribución geométrica, la ausencia de memoria.

Distribución binomial negativa.

Distribución de Poisson, propiedad reproductiva, aproximación de una binomial por una Poisson.

Proceso de Poisson: postulados y representación matemática de los mismos.

Distribución exponencial, ausencia de memoria.

## 30308 - Probabilidad y procesos

Distribución gamma, propiedad reproductiva.

Relación de las distribuciones exponencial y gamma con el proceso de Poisson.

Distribución uniforme continua.

Distribución normal. Aproximaciones de una binomial y de una Poisson., propiedad reproductiva.

Distribución de Weibull.

Distribución de Rayleigh

Distribución lognormal.

\*.- ESTADÍSTICA.

Muestreo.

Estimación puntual.

Estimación por intervalo.

Contrastes de hipótesis.

Tests para medias y proporciones.

Tests para varianzas.

Test de Anderson-Darling para el ajuste de distribuciones.

\*.- VARIABLES ALEATORIAS N-DIMENSIONALES

Definición.

Función de distribución conjunta asociada a una v. a. n-dimensional: definición y propiedades.

Función de masa de probabilidad.

## 30308 - Probabilidad y procesos

V. a. discreta: definición y conjunto soporte.

V. a. bidimensional continua: función de densidad en  $\mathbb{R}^2$ .

Distribuciones marginales: casos discreto, continuo y mixto.

Distribuciones condicionales: función de distribución condicionada.

Independencia de variables aleatorias.

Distribución de una función de v. a. bidimensional. Distribución de la suma, producto y cociente.

Esperanza de una función de v. a. bidimensional.

Momentos de una v. a. bidimensional. Matriz de covarianzas.

Propiedades de la varianza y covarianza.

Esperanza condicional, propiedades. Caso de independencia.

Coefficiente de correlación, propiedades.

Línea general y recta de regresión.

### \*.- DISTRIBUCIONES MULTIDIMENSIONALES MÁS USUALES

Distribución multinomial, propiedad reproductiva.

Distribución normal bidimensional: propiedades, marginales y condicionales, línea general de regresión.

Distribución normal n-dimensional, caracterización.

### \*.- SUCESIONES DE VARIABLES ALEATORIAS

Convergencia en distribución y en probabilidad.

Ley débil de los grandes números.

Teorema central del límite.

### \*.- PROCESOS ESTOCÁSTICOS

Definición.

Clasificación según el conjunto de estados y el conjunto de índices.

Funciones de distribución, de masa y de densidad de 1er orden. Funciones de 2º orden y de orden k.

Funciones de medias, autocorrelación y autocovarianza. Propiedades.

Correlación y covarianza cruzadas.

Procesos independientes, incorrelados y ortogonales.

Procesos con la propiedad de Markov.

Ruido blanco.

Proceso gaussiano.

Procesos de conteo.

### \*.- PROCESOS ESTACIONARIOS Y ERGÓDICOS

Procesos estacionarios y evolutivos. Función de medias y de autocorrelación.

Estacionariedad en sentido estricto y de orden k, propiedades.

Estacionariedad en sentido amplio.

Relaciones entre tipos de estacionariedad. Caso de proceso gaussiano.

Integración de un proceso: caso estacionario. Valor medio y autocorrelación en el tiempo, esperanza y varianza.

Procesos ergódicos. Con respecto a la media, condiciones suficientes. Con respecto a la función de autocorrelación.

## 30308 - Probabilidad y procesos

Función de densidad espectral. Transformaciones lineales de procesos estacionarios.

### \*.- ALGUNOS PROCESOS DE INTERÉS

Proceso gaussiano.

Señal telegráfica aleatoria.

Procesos de Markov.

Proceso de Poisson.

Teoría de colas: filas de espera.

Series temporales. Modelos ARMA.

### \*.- INTRODUCCIÓN A LA OPTIMIZACIÓN

Introducción, función objetivo y restricciones.

Concepto de verosimilitud. Estimación máximo-verosímil.

Análisis de la solución óptima mediante simulación de modelos con componentes aleatorios.

## 4.4. Planificación de las actividades de aprendizaje y calendario de fechas clave

Calendario de sesiones presenciales y presentación de trabajos

La asignatura divide sus 6 créditos en 3 ECTS en grupo completo de exposición de la teoría y ejemplos-tipo que motivan su utilidad en el ámbito de la Ingeniería de Telecomunicación. Los otros 3 ECTS están dirigidos a desarrollar destrezas en el planteamiento (modelado) y resolución de problemas realistas.

La asignatura se articula con 4 horas de clase presencial a la semana durante las 15 semanas que dura el cuatrimestre. De ellas, 2 horas se imparten al grupo completo para la exposición de los conceptos teóricos y ejemplos-tipo. Otras 2 horas se imparten a grupos reducidos, habitualmente en el laboratorio informático, para desarrollar destrezas en el planteamiento de problemas ligados a situaciones reales (modelado o análisis de datos), resolución e interpretación de los resultados.

De modo periódico y asociado a cada módulo de aprendizaje se propondrá a cada estudiante la realización de problemas y tareas que deberá entregar para su revisión por parte del profesor; esta actividad formativa permite identificar dificultades y paliarlas en un proceso continuado.

## 30308 - Probabilidad y procesos

Hacia la mitad de curso se realizará una prueba escrita consistente en resolver cuestiones teórico-prácticas y problemas relativos a la materia impartida del módulo de *Modelos de probabilidad y distribuciones unidimensionales*. Al final del curso se realizará una prueba similar relativa a los módulos de *Distribuciones aleatorias bidimensionales* y *Procesos estocásticos*.

La destreza en el análisis exploratorio y toma de decisiones en situaciones de incertidumbre, usando contrastes de hipótesis, se evaluará complementariamente con actividades propuestas y una prueba final relativa al laboratorio de informática, donde se apliquen una buena parte de las técnicas estadísticas y probabilísticas estudiadas a lo largo del curso.

### 4.5. Bibliografía y recursos recomendados

- Bibliografía

León-García, Alberto. Probability and random processes for electrical engineering. Pearson Prentice Hall. 3ª edición (2009).

Devore, J.L. Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias. International Thomson Editores. 6ª edición (2005).